Dinamika Rotasi Dan Kesetimbangan

A. BENDA TEGAR

- **Benda tegar** adalah benda yang tidak mengalami perubahan bentuk dan volume selama bergerak.
- **Benda tegar** dapat mengalami dua macam gerakan, yaitu translasi dan rotasi.
- **Gerak translasi** adalah gerak yang disebabkan gaya (hukum Newton II).
- **Gerak rotasi** adalah gerak yang disebabkan momen gaya/torsi, dan menimbulkan percepatan sudut.

B. MOMEN GAYA DAN MOMEN INERSIA

- **Momen gaya/torsi suatu titik** didefinisikan sebagai hasil kali antara gaya yang **tegak lurus** terhadap jarak titik poros ke gaya.

$\tau = F.r$	τ = torsi (Nm) F = gaya (N) r = jarak gaya ke poros (m)

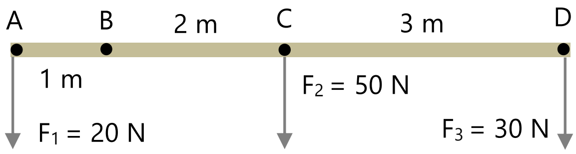
- **Lengan momen (l)** adalah sebutan untuk jarak titik poros rotasi sampai ke gaya yang saling tegak lurus.
- **Nilai torsi:**

a. **Torsi positif**, jika arahnya berlawanan jarum jam.

b. **Torsi negatif**, jika arahnya searah jarum jam.

Contoh:

Tentukan torsi di titik A, B, C, dan D pada batang homogen AD berikut!



Jawab:

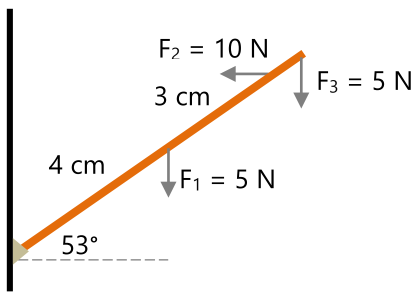
τ_A = -(F_2. AC) -(F_3. AD)
= -(50. 3) –(30. 6) = <u>-330 Nm</u>

τ_B = (F_1. AB) -(F_2. BC) –(F_3. BD)
= (20. 1) –(50. 2) –(30. 5) = <u>-220 Nm</u>

τ_C = (F_1. AC) – (F_3. CD)
= (20. 3) –(30. 3) = <u>-30 Nm</u>

τ_D = (F_1. AD) + (F_2. CD)
= (20. 6) + (50. 3) = <u>270 Nm</u>

Tentukan torsi batang homogen berikut yang memiliki panjang 8 cm!



Jawab:

$\Sigma\tau$ = -(F_1.l_1) +(F_2.l_2) – (F_3.l_3)
= -(5. 0,4.cos53) +(10. 0,7.sin53) –(5. 0,8.cos53)
= -(5. 0,4.$^3/_5$) +(10. 0,7.$^4/_5$) –(5. 0,8.$^3/_5$)
= -1,2 + 5,6 -2,4

$\Sigma\tau$ = <u>2,0 Nm</u> (berputar berlawanan jarum jam)

- **Momen inersia** didefinisikan sebagai hasil kali massa partikel dengan kuadrat jarak yang tegak lurus dari titik poros rotasi.

$$I = k.m.r^2$$

I = momen inersia (kg m²)
k = koefisien momen inersia
m = massa partikel (kg)
r = jarak partikel ke poros (m)

- **Momen inersia** pada suatu poros yang memiliki lebih dari satu massa:

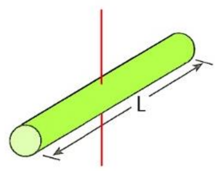
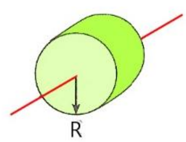
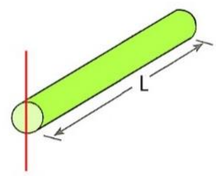
$$\Sigma I = \Sigma\, m_i r_i^2$$

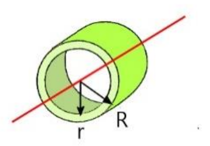
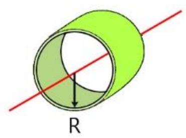
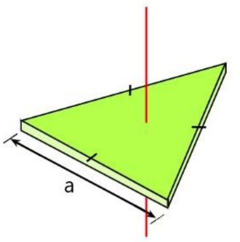
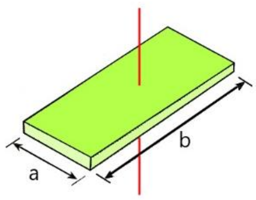
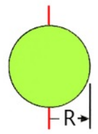
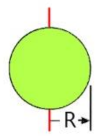
- **Momen inersia** dipengaruhi oleh massa benda, berat benda, bentuk benda, dan letak sumbu putar.
- **Jika suatu benda** memiliki poros rotasi tidak di ujung benda tersebut, maka benda tersebut dianggap terdiri dari dua benda dengan nilai momen inersianya masing-masing.
- **Hubungan torsi dan momen inersia** dapat diturunkan dengan hukum Newton II:

$$\tau = I.\alpha$$

α = percepatan sudut (rad/s²)

- **Berbagai nilai koefisien momen inersia** pada berbagai bentuk benda dan porosnya:

Benda	Gambar	Rumus
Batang/ silinder pejal		$I = {}^1/_{12}\,M.L^2$
		$I = {}^1/_2\,M.R^2$
		$I = {}^1/_2\,M.L^2$

Silinder tebal berongga		$I = {}^1/_2\ M(R^2 + r^2)$
Silinder tipis berongga		$I = M.R^2$
Plat segitiga sama sisi		$I = {}^1/_{12}\ M.A^2$
Plat segiempat		$I = {}^1/_2\ M(a^2 + b^2)$
Bola pejal		$I = {}^2/_5\ M.R^2$
Bola tipis berongga		$I = {}^2/_3\ M.R^2$

C. HUKUM KEKEKALAN ENERGI GERAK ROTASI

- **Hukum kekekalan energi** berlaku pada gerak rotasi.
- **Energi kinetik rotasi** dapat diturunkan dari energi kinetik translasi.

$$E_k = {}^1/_2\ I.\ \omega^2$$

- **Total energi kinetik benda menggelinding** adalah penjumlahan energi kinetik translasi dan rotasinya.

$$E_k = {}^1/_2\ m.v^2 + {}^1/_2\ I.\ \omega^2$$

Contoh:

Bola pejal 2 kg dengan jari-jari 10 cm yang awalnya ditahan menggelinding pada bidang miring 3,5 m licin dengan kemiringan 37°. Berapa kecepatan bola ketika bola sampai dibawah?

Jawab:

$$Ep = Ek_{translasi} + Ek_{rotasi}$$

$$m.g.s\ \sin\theta = {}^1/_2.m.v^2 + {}^1/_2\ I.\omega^2$$

$$2.\ 10.\ 3{,}5\ 3/5 = {}^1/_2.2.v^2 + {}^1/_2.{}^2/_5.2.\cancel{r^2}.\frac{v^2}{\cancel{r^2}}$$

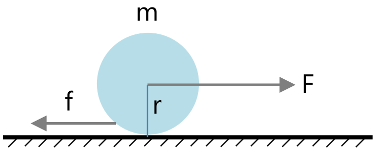
$$210 = v^2 + {}^2/_5.v^2$$

$${}^7/_5.v^2 = 210$$

$$v^2 = 150 \qquad v = \underline{12{,}25\ m/s}$$

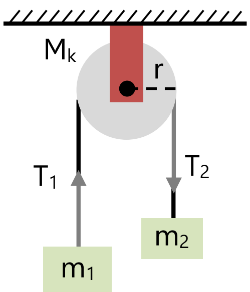
- **Benda yang berotasi** memiliki percepatan linear dan percepatan sudut yang dapat dihitung:

1) Bidang datar kasar



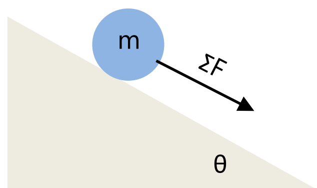
$$a = \frac{F}{m.k + m} \qquad \alpha = \frac{a}{r}$$

2) Katrol



$$a = \frac{W_2 - W_1}{m_1 + m_2 + (k.\ M_k)} \qquad \alpha = \frac{a}{r}$$

3) Bidang miring



$$a = \frac{\Sigma F}{m.k + m} \qquad \alpha = \frac{a}{r}$$

Contoh:

Silinder pejal berjari-jari 10 cm menggelinding di atas bidang miring kasar berkemiringan 30° dengan gaya sebesar 10 N pada pusat silinder. Diketahui nilai μ_k adalah 0,2.

Tentukan: a) percepatan sudut silinder dan b) energi kinetik silinder pada t = 4 s!

Jawab:

a) $\Sigma F = W\sin\theta - f$

$10 = 0{,}5.10.m. - 0{,}2.10.m$

$3m = 10 \qquad m = {}^{10}/_3\ kg$

$$a = \frac{10\text{ N}}{{}^{10}/_{3}\cdot{}^{1}/_{2} + {}^{10}/_{3}}$$

$a = {}^{10}/_{5}$ $\qquad a = 2$ m/s

$\alpha = {}^{2}/_{0,1}$ $\qquad \alpha = \underline{20 \text{ rad/s}}$

b) $\omega_t = \omega_o + \alpha.t$

$\omega_t = 0 + 20.2$

$\omega_t = 40$ rad/s

$E_k = {}^{1}/_{2}\ m.(\omega.r)^2 + {}^{1}/_{2}\ I.\ \omega^2$

$E_k = {}^{1}/_{2}\ 8.(40.10^{-1})^2 + {}^{1}/_{2}.{}^{1}/_{2}.\ 8.(10^{-1})^2\ 40^2$

$E_k = 6400 \times 10^{-2} + 3200 \times 10^{-2}$

$E_k = \underline{96 \text{ J}}$

- **Momentum sudut** adalah momentum yang terjadi pada gerak rotasi.

L = I. ω	L = momentum sudut (Nm) I = momen inersia (kg m²) ω = kecepatan sudut (rad/s)
L = m.r.v	v = kecepatan benda (m/s)

- **Hukum kekekalan momentum sudut** menjelaskan bahwa jika tidak ada resultan torsi luar yang bekerja pada sistem ($\Sigma\tau = 0$), momentum sudut sistem adalah **kekal**.

$$I.\ \omega = I'.\ \omega'$$

- **Penerapan** hukum kekekalan momentum sudut:
  a. **Lompat indah**

  Saat pelompat indah akan melakukan putaran di udara, ia menekuk tubuhnya. Hal ini mengurangi momen inersia sehingga kecepatan sudut semakin besar.

  b. **Penari balet**

  Ketika penari balet menarik tangannya ke dekat badannya, ia akan berputar lebih cepat, karena momen inersia berkurang, kecepatan sudut makin besar.

  Ketika penari balet mengembangkan kedua tangannya, ia akan berputar lebih lambat, karena momen inersia penari bertambah, kecepatan sudut makin kecil.

D. KESETIMBANGAN BENDA TEGAR

- **Kesetimbangan partikel statis** adalah keadaan suatu partikel ketika memiliki resultan gaya yang bekerja sebesar nol.

ΣF = 0 $\qquad \Sigma F_x = 0\ ;\ \Sigma F_y = 0$

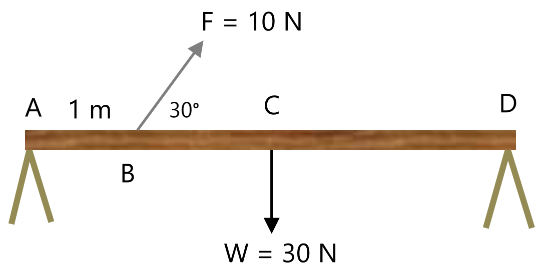
- **Kesetimbangan benda tegar** adalah keadaan suatu partikel ketika tidak bergerak secara translasi maupun rotasi, karena resultan gaya dan momen gaya sebesar nol.

ΣF = 0 $\quad$ **Στ = 0** $\qquad \Sigma F_x = 0\ ;\ \Sigma F_y = 0$

- **Jenis-jenis kesetimbangan:**

Jenis	Sesaat setelah gaya luar dihilangkan	Titik berat
Stabil/ mantap	bergerak, lalu kembali ke posisi awal	bergerak naik
Labil	tidak kembali ke posisi awal	bergerak turun
Netral/ indiferen	tidak berpengaruh	tetap

Contoh:



Sebuah batang AD homogen 4 m diletakkan di atas penyangga A dan D dalam keadaan setimbang sesuai diagram diatas. Tentukan gaya ke atas yang dilakukan masing-masing penyangga, jika C merupakan titik berat benda!

Jawab:

$\Sigma\tau_D = 0$

$0 = -(F_A.\ AD) + (F.BD \sin 30) - (W.\ CD)$

$0 = -(F_A.\ 4) + (10.\ 3.\ 0{,}5) - (30.\ 2)$

$0 = -4.FA + 15 - 60$

$4F_A = -45$

$F_A = \underline{-11{,}25 \text{ N}}$

$\Sigma\tau_A = 0$

$0 = (F_D.\ AD) - (W.\ AC) - (F.AB \sin 30)$

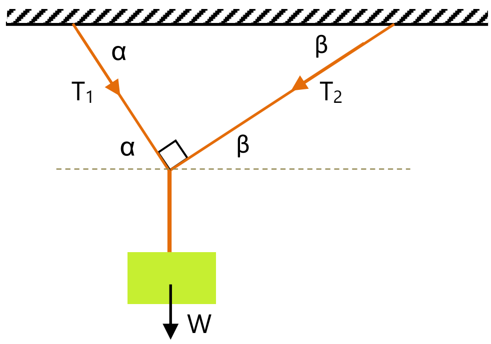
$0 = (F_D.\ 4) - (30.\ 2) - (10.\ 1.\ 0{,}5)$

$0 = 4.F_D - 60 - 5$

$4F_D = 65$

$F_D = \underline{16{,}25 \text{ N}}$

- **Pada sistem kesetimbangan tali,** berlaku persamaan sinus.



$$\frac{T_1}{\sin\alpha} = \frac{T_1}{\sin\beta} = \frac{W}{\sin 90}$$

E. TITIK BERAT

- **Titik berat (G)** adalah pusat massa suatu benda yang resultan gaya gravitasi terkonsentrasi di titik itu.
- **Ciri titik berat** adalah jika dijadikan titik tumpu, maka benda akan berada dalam keadaan setimbang.
- **Pada benda beraturan homogen,** titik berat benda terdapat pada bidang/garis simetrinya. Titik berat dapat saja berada di luar benda.
- **Beberapa titik berat** pada benda-benda umum (homogen):

Satu dimensi/garis

Benda	Titik berat (y_0)
Batang/garis	$^{L}/_{2}$
Busur lingkaran	$R \times \frac{\text{tali busur}}{\text{busur}}$
Busur setengah lingkaran	$\frac{2R}{\pi}$

Dua dimensi

Benda	Titik berat (y_0)	Luas
Segitiga	$^{1}/_{3}$ t	$^{1}/_{2}$ a. t
Segiempat	$^{1}/_{2}$ L	p × l
Jajar genjang	$^{1}/_{2}$ t	a × t
Lingkaran	R	πr^2
Setengah lingkaran	$\frac{4R}{3\pi}$	$^{1}/_{2}\pi r^2$

Tiga dimensi

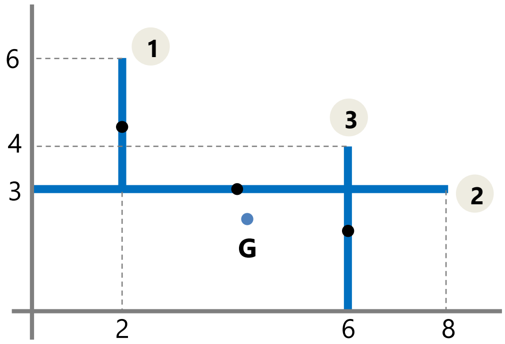
Benda	Titik berat (y_0)	Luas
Prisma pejal beraturan	$^{1}/_{2}$ t	$A_{alas} \times t$
Silinder pejal	$^{1}/_{2}$ t	πr^2 t
Limas pejal beraturan	$^{1}/_{4}$ t	$^{1}/_{3}. A_{alas} \times t$
Kerucut pejal	$^{1}/_{4}$ t	$^{1}/_{3}. \pi r^2$ t
Bola pejal	R	$^{4}/_{3}. \pi r^3$
Setengah bola pejal	$^{3}/_{8}$ R	$^{2}/_{3}. \pi r^3$

- **Koordinat titik berat** pada benda satu dimensi (garis):

$$x_0 = \frac{\Sigma L.x}{\Sigma L} \qquad y_0 = \frac{\Sigma L.y}{\Sigma L}$$

Contoh:

Tentukan titik berat sistem garis berikut pada bidang kartesius!



Jawab:

Tentukan sumbu simetri dari tiap garis, didapat:

$L_1 = 3$ $x_1 = 2$ $y_1 = 4,5$

$L_2 = 8$ $x_2 = 4$ $y_2 = 3$

$L_3 = 4$ $x_3 = 6$ $y_3 = 2$

$$x_0 = \frac{\Sigma L.x}{\Sigma L} = \frac{(3 \times 2)+(8 \times 4)+(4 \times 6)}{3 + 8 + 4} = \frac{62}{15} \approx 4,1$$

$$y_0 = \frac{\Sigma L.y}{\Sigma L} = \frac{(3 \times 4,5)+(8 \times 3)+(4 \times 2)}{3 + 8 + 4} = \frac{35,5}{15} \approx 2,3$$

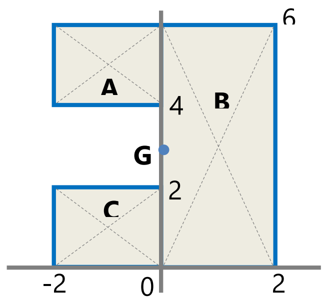
Koordinat = <u>(4,1 , 2,3)</u>

- **Koordinat titik berat** pada benda dua dimensi:

$$x_0 = \frac{\Sigma A.x}{\Sigma A} \qquad y_0 = \frac{\Sigma A.y}{\Sigma A}$$

Contoh:

Tentukan titik berat bidang berikut!



Jawab:

$A_A = 2. 2 = 4$ $x_A = -1$ $y_A = 5$

$A_B = 2. 6 = 12$ $x_B = 1$ $y_B = 3$

$A_C = 2. 2 = 4$ $x_C = -1$ $y_C = 1$

$$x_0 = \frac{\Sigma A.x}{\Sigma A} = \frac{(4 \times (-1))+(12 \times 1)+(4 \times (-1))}{4 + 12 + 4} = \frac{4}{20} = 0,2$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A.y}{\Sigma A} = \frac{(4 \times 5)+(12 \times 3)+(4 \times 1)}{4 + 12 + 4} = \frac{60}{20} = 3$$

Koordinat = <u>(0,2 , 3)</u>

- **Koordinat titik berat** pada benda tiga dimensi:

$$x_0 = \frac{\Sigma V.x}{\Sigma A} \qquad y_0 = \frac{\Sigma V.y}{\Sigma A} \qquad z_0 = \frac{\Sigma V.z}{\Sigma A}$$

- **Titik berat** dapat ditentukan menggunakan torsi pada suatu titik tertentu:

$$x_0 = \frac{\Sigma w_i x_i}{\Sigma w} \qquad y_0 = \frac{\Sigma w_i y_i}{\Sigma w}$$

- **Penerapan titik berat** antara lain adalah atlet yang melompati palang, permainan yudo dan akrobat.