

SOAL LATIHAN INDUKSI MATEMATIKA

Buktikan pernyataan-pernyataan berikut dengan induksi matematika!

1. Jumlah n bilangan asli pertama adalah:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$

2. Jumlah n bilangan asli kuadrat pertama adalah :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$$

3. Jumlah n bilangan asli kubik pertama adalah:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{1}{2}n(n + 1)\right)^2$$

4. Jumlah n bilangan persegi panjang adalah:

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1) = \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2)$$

5. Jumlah n bilangan balok pertama adalah:

$$1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + n(n + 1)(n + 2) = \frac{n(n + 1)(n + 2)(n + 3)}{4}$$

6. Jumlah n bilangan segitiga pertama adalah :

$$1 + 3 + 6 + 10 + \dots + \frac{1}{2}n(n + 1) = \frac{n(n + 1)(n + 2)}{6}$$

7. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1) = \frac{n(3n + 2)}{2}$$

8. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n - 1)(2n + 1)}{3}$$

9. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$$

10. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$1.3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + n.3^n = \frac{(2n - 1)3^{n+1} + 3}{4}$$

11. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots - \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^n}$$

12. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

13. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$$

14. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

15. $\sum_{k=1}^n 3^{k-1} = \frac{1}{2}(3^n - 1)$

16. $\sum_{k=1}^n (k+2)2^{k-1} = n \cdot 2^n$

17. $\sum_{i=1}^n i(i+1)^2 = \frac{1}{12}n(n+1)(n+2)(3n+5)$

18. $\sum_{k=1}^n 4^{k-1} = \frac{1}{3}(4^n - 1)$

19. Buktikan bahwa $n(n+1)$ habis dibagi 2, untuk setiap bilangan asli n .

20. Buktikan bahwa $n^3 + 2n$ habis dibagi 3, untuk setiap bilangan asli n .

21. Buktikan bahwa $5^n - 1$ habis dibagi 4, untuk setiap bilangan asli n .

22. Buktikan bahwa $n(n+1)(n+5)$ habis dibagi 6, untuk setiap bilangan bulat positif n .

23. Buktikan bahwa $3^{2n} - 2$ habis dibagi 8, untuk setiap bilangan asli n .

24. Buktikan bahwa $2^{4n+3} + 3^{3n+1}$ habis dibagi 11, untuk setiap bilangan bulat positif n .

25. Buktikan bahwa $5^{n+1} - 4n - 5$ habis dibagi 16, untuk setiap bilangan bulat positif n .

26. Buktikan bahwa jumlah pangkat tiga dari tiga bilangan asli berurutan selalu habis dibagi 9.

27. Buktikan bahwa $a^{2n-1} + b^{2n-1}$ habis dibagi $a + b$, untuk setiap n bilangan bulat positif.

28. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$$

29. Untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 2\sqrt{n} - 1$$