

MATERI IX

PERSAMAAN EKSPONEN DAN PERTIDAKSAMAAN EKSPONEN

I. Kemampuan akhir yang direncanakan:

Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan eksponen

II. Indikator:

1. Mahasiswa mampu menentukan penyelesaian persamaan eksponen
2. Mahasiswa mampu menjelaskan sifat-sifat fungsi eksponen yang digunakan dalam proses penyelesaian persamaan eksponen
3. Mahasiswa mampu menentukan penyelesaian pertidaksamaan eksponen
4. Mahasiswa mampu menjelaskan sifat-sifat fungsi eksponen yang digunakan dalam proses penyelesaian pertidaksamaan eksponen

A. Persamaan Eksponen

Persamaan eksponen adalah persamaan dari bilangan eksponen dengan pangkat yang memuat suatu fungsi. Persamaan eksponen juga diartikan sebagai persamaan perpangkatan yang bilangan pangkatnya mengandung variabel sebagai peubah.

Bentuk-bentuk persamaan eksponen :

1. $a^{f(x)} = a^p$

Jika $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = p$

Contoh:

$$3^x = 3^5$$

$$x = 5$$

2. $a^{f(x)} = a^{g(x)}$

Jika $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = g(x)$

Contoh:

$$2^{x+2} = 2^{2x+3}$$

$$x + 2 = 2x + 3$$

$$x = -1$$

3. $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Jika $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$ dan $a \neq b$ maka $f(x) = 0$

Contoh:

$$2^{x+1} = 3^{x+1}$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

4. $a^{f(x)} = b^{g(x)}$

Penyelesaian diperoleh dengan mencari logaritma kedua ruas

Contoh:

$$2^{3x+1} = 10^{3x}$$

$$\log 2^{3x+1} = \log 10^{3x}$$

$$(3x + 1) \log 2 = (3x) \log 10$$

$$(3x) \log 2 + \log 2 = (3x)(\log 2 + \log 5)$$

$$(3x) \log 2 + \log 2 = (3x) \log 2 + (3x) \log 5$$

$$\log 2 = (3x) \log 5$$

$$3x = \frac{\log 2}{\log 5}$$

$${}^5\log 2 = 3x$$

$$x = \frac{1}{3} {}^5\log 2$$

B. Pertidaksamaan Eksponen

Pertidaksamaan Eksponen merupakan bentuk lain dari Persamaan Eksponen, tetapi tanda penghubungnya menggunakan tanda ketidaksamaan. Tanda ketidaksamaan yang sering digunakan adalah $<$, $>$, \leq , dan \geq .

Sifat-sifat dasar pertidaksamaan eksponen:

1. Untuk bilangan pokok $a > 1$
 - a. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ maka $f(x) < g(x)$
 - b. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ maka $f(x) > g(x)$
2. Untuk bilangan pokok $0 < a < 1$
 - c. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ maka $f(x) > g(x)$
 - d. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ maka $f(x) < g(x)$

3. Pertidaksamaan Eksponen yang diselesaikan dengan menggunakan pertidaksamaan kuadrat

Jika $p \cdot a^{2x} + q \cdot a^x + r \leq 0$ maka:

a. Tetapkan $a > 0$

b. Sehingga bentuknya menjadi $px^2 + qx + r \leq 0$

c. Selesaikan menggunakan konsep pertidaksamaan kuadrat, dengan langkah-langkah:

- Tentukan nilai x_1 dan x_2 dari persamaan kuadrat $px^2 + qx + r = 0$ dengan $x_1 > x_2$

- Maka penyelesaiannya dari :

$px^2 + qx + r > 0$ adalah $x < x_1$ atau $x > x_2$

$px^2 + qx + r \geq 0$ adalah $x \leq x_1$ atau $x \geq x_2$

$px^2 + qx + r < 0$ adalah $x_1 < x < x_2$

$px^2 + qx + r \leq 0$ adalah $x_1 \leq x \leq x_2$